Last night Revision

MATH

Matrix:

* ভুক্তি বললে just সংখ্যা, মূলস্তম্ভক বললে চিহ্ন থাকবে।
* মুখস্ত রাখার মতো কিছু math:

1. $\begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos 2\theta & -\sin 2\theta \\ \sin 2\theta & \cos 2\theta \end{pmatrix} = 1$

2. $\begin{vmatrix} x+y & x & y \\ x & x+z & z \\ y & z & y+z \end{vmatrix} = 4xyz$

3. $\begin{vmatrix} 1+a^2-b^2 & 2ab & -2b \\ 2ab & 1-a^2+b^2 & 2a \\ -2b & 2a & 1-a^2-b^2 \end{vmatrix} = (1+a^2+b^2)^3$

4. $\begin{vmatrix} a-b-c & 2a & 2a \\ 2b & b-c-a & 2b \\ 2c & 2c & c-a-b \end{vmatrix} = (a+b+c)^3$

5. $\begin{vmatrix} a+b+2c & a & b \\ c & b+c+2a & b \\ c & a & c+a+2b \end{vmatrix} = 2(a+b+c)^3$

6. $\begin{vmatrix} x^2 & yz & zx+z^2 \\ x^2+xy & y^2 & zx \\ xy & y^2+yz & z^2 \end{vmatrix} = 4x^2y^2z^2$

7. $\begin{vmatrix} (y+z)^2 & x^2 & x^2 \\ y^2 & (x+z)^2 & y^2 \\ z^2 & z^2 & (x+y)^2 \end{vmatrix} = 2xyz(x+y+z)^3$

CamScanner

সরলরেখা

1. $d = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$

$d = \sqrt{r_1^2 + r_2^2 - 2r_1 r_2 \cos(\theta_1 - \theta_2)}$

2. x অক্ষ হতে দূরত্ব $= |y|$ একক

y ,, ,, ,, $= |x|$ একক

3. $P(x_1, y_2)$, $Q(x_2, y_2)$ বিন্দুদ্বয়ের সংযোজক রেখাংশ $m_1 : m_2$ অনুপাতে—

অন্তর্বিভক্ত করলে: $\left(\frac{m_1 x_2 + m_2 x_1}{m_1 + m_2} , \frac{m_1 y_2 + m_2 y_1}{m_1 + m_2} \right)$

বহির্বিভক্ত করলে: $\left(\frac{m_1 x_1 - m_2 x_1}{m_1 + m_2} , \frac{m_1 y_2 - m_2 y_1}{m_1 + m_2} \right)$

4. পোলার স্থানাঙ্ক: $x = r\cos\theta$

$y = r\sin\theta$

$r = \sqrt{x^2 + y^2}$

$\theta_1 = \tan^{-1}|y/x|$

$\theta_2 = \pi - \tan^{-1}|y/x|$

$\theta_3 = \pi + \tan^{-1}|y/x|$

$\theta_4 = -\tan^{-1}|y/x|$

5. অক্ষ দ্বারা বিভক্তি:

* দুটি বিন্দুর সংযোজক রেখাকে x অক্ষরেখা বিভক্ত করলে

অনুপাত $= |$ কোটিদ্বয়ের অনুপাত$|$

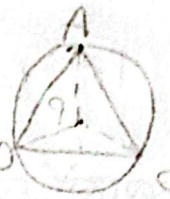
* দুটি বিন্দুর সংযোজক রেখাকে y অক্ষরেখা বিভক্ত করলে

অনুপাত $= |$ ভুজদ্বয়ের অনুপাত$|$

CamScanner

- অনুপাত ⟶ +ve বহির্বিভক্ত
  -ve অন্তর্বিভক্ত

5. রেখা দ্বারা বিভক্তি: $d = \frac{|ax+by+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$



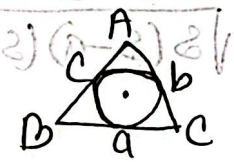
6. কেন্দ্র related:

* ভরকেন্দ্র $G(x,y) = \left(\frac{x_1+x_2+x_3}{3}, \frac{y_1+y_2+y_3}{3}\right)$

চতুর্ভুজের ভরকেন্দ্র = $\left(\frac{\text{ভুজগুলোর যোগফল}}{4}, \frac{\text{কোটিগুলোর যোগফল}}{4}\right)$

* লম্বকেন্দ্র — শীর্ষ হতে বিপরীত বাহুগুলোর উপর লম্ব টানলে যে বিন্দুতে ছেদ করে তাকে লম্বকেন্দ্র বলে।

* অন্তঃকেন্দ্র



$x = \frac{ax_1+bx_2+cx_3}{a+b+c}$

$y = \frac{ay_1+by_2+cy_3}{a+b+c}$

অন্তঃব্যাসার্ধ, $r = \frac{\Delta}{s}$ → ক্ষেত্রফল, → অর্ধপরিসীমা

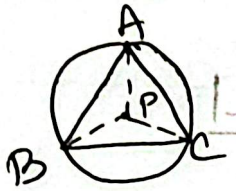
* বহিঃকেন্দ্র

$P = \left(\frac{ax_1+bx_2-cx_3}{a+b-c}, \frac{ay_1+by_2-cy_3}{a+b-c}\right)$

$M = \left(\frac{bx_2+cx_3-ax_1}{-a+b+c}, \frac{by_2+cy_3-ay_1}{-a+b+c}\right)$

$N = \left(\frac{ax_1-bx_2+cx_3}{a-b+c}, \frac{ay_1-by_2+cy_3}{a-b+c}\right)$

* পরিকেন্দ্র



$AP = BP = CP$

7. $a_1x + b_1y + c_1 = 0$; $a_2x + b_2y + c_2 = 0$; $a_3x + b_3y + c_3 = 0$ তিনটি সরলরেখা সমবিন্দু হবে যদি,

$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = 0 \text{ হয়}$$

8. ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল

$$\Delta = \frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix}$$

$$\Delta = \frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_1 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_1 \end{vmatrix}$$

$\Delta = \frac{1}{2} \times b \times h$

$\Delta = \frac{1}{2} ab \sin C$

$\Delta = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

shortcut $\longrightarrow \frac{1}{2} \times (x_1y_2 - x_2y_1)$

* ক্ষেত্রফল শূন্য হলে বিন্দু তিনটি সমরেখ হবে।

9. x অক্ষের সমান্তরাল/ y অক্ষের সমান্তরাল রেখার সমীকরণ: $y = b$; $x = a$

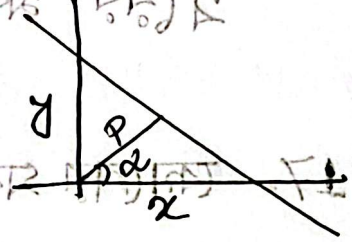
10. ঢাল ছেদরেখা: $y = mx + c$

ঢাল বিন্দুরেখা: $(y - y_1) = m(x - x_1)$

11. x ও y অক্ষ হতে যথাক্রমে a ও b পরিমান অংশ খন্ডন করে এরূপ সরলরেখার সমীকরন: $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$

12. মূলবিন্দু হতে কোনো রেখার উপর অঙ্কিত লম্বের দৈর্ঘ্য p এবং x অক্ষের সাথে উক্ত লম্বের উৎপন্ন কোনের পরিমান α হলে রেখাটির সমীকরন:

$$x\cos\alpha + y\sin\alpha = p$$



13. m_1 ও m_2 ঢালবিশিষ্ট দুটি সরলরেখা

সমান্তরাল হলে, $m_1 = m_2$

লম্ব হলে $m_1 \times m_2 = -1$

* সমান্তরাল হওয়ার শর্ত: $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2}$

একই সরলরেখা ,, : $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$

$(ax + by + c)$

* সমান্তরাল হলে সমীকরন: $ax + by + k = 0$

লম্ব ,, ,, : $bx - ay + k = 0$

14. দুটি রেখার অন্তর্গত কোণ:

$$\tan\theta = \pm \frac{m_1 - m_2}{1 + m_1 m_2}$$

(+) → সূক্ষ্মকোণ

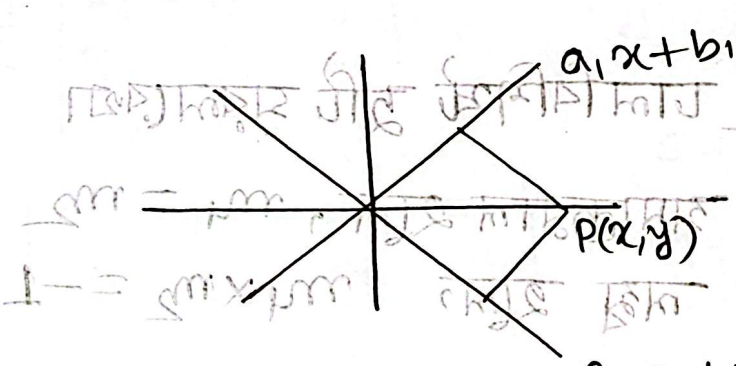
(−) → স্থূলকোণ

15. $P(x_1, y_1)$ বিন্দু হতে $ax+by+c=0$ রেখার লম্ব দূরত্ব

$$d = \left| \frac{ax_1 + by_1 + c}{\sqrt{a^2+b^2}} \right|$$

16. $ax+by+c_1=0$ ও $ax+by+c_2=0$ সমান্তরাল সরলরেখা দ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব $\Rightarrow d = \left| \frac{c_1 - c_2}{\sqrt{a^2+b^2}} \right|$

17. কোণের সমদ্বিখন্ডক:



$$\left[\frac{a_1x+b_1y+c_1}{\sqrt{a_1^2+b_1^2}} = \pm \frac{a_2x+b_2y+c_2}{\sqrt{a_2^2+b_2^2}} \right]$$

i) $a_1a_2 + b_1b_2 > 0$ হলে → (+ve) স্থূলকোণ, (−ve) সূক্ষ্মকোণ

ii) $a_1a_2 + b_1b_2 < 0$ হলে → (+ve) সূক্ষ্মকোণ, (−ve) স্থূলকোণ

iii) $a_1a_2+b_1b_2=0$ হলে লম্ব

14. প্রতিবিম্ব:

* x অক্ষের সাপেক্ষে প্রতিবিম্ব, y এর পরিবর্তে -y বসাবো
* y ,, ,, ,, ,, x ,, ,, -x ,,

* $y=x$ রেখার সাপেক্ষে y এর জায়গায় x বসাবো
x ,, ,, y

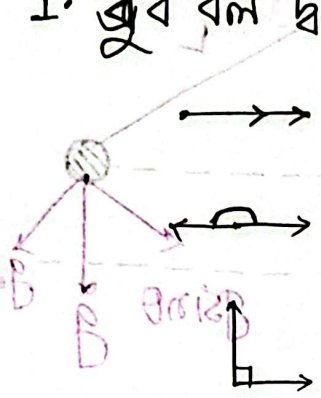
⊞ সুখস্ত কিছু ম্যাথ:

1. (a,b), (b,a) ও $\left(\frac{1}{a}, \frac{1}{b}\right)$ বিন্দুত্রয় সমবেখ হলে, $a+b=0$

2. $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$ ও $\frac{x}{a}-\frac{y}{b}=1$ এর মধ্যবর্তী কোন $= 2\tan^{-1}\frac{b}{a}$

Work, Power, Energy

1. ধ্রুব বল দ্বারা কৃতকাজ, $w = \vec{F} \cdot \vec{s} = Fs\cos\theta$



→ ; $\theta = 0^\circ$; (+ve) work ; $w = Fs$

⟵ ; $\theta = 180^\circ$; Negative work ; $w = -Fs$

⊾ ; $\theta = 90^\circ$; No work ; $w = 0$

2. পরিবর্তনশীল বল দ্বারা কৃতকাজ, $w = \int_{x_i}^{x_f} F\,dx$

3. অভিকর্ষ বল দ্বারা কৃতকাজ, $w = (-ve)$

অভিকর্ষ বলের বিরুদ্ধে কৃতকাজ, $w = (+ve)$

4. আনুভূমিক ইটকে উলম্ব অবস্থায় নিতে কৃতকাজ

$$w = mg\left(\frac{\text{দৈর্ঘ্য}}{2} - \frac{\text{উচ্চতা}}{2}\right)$$

5. ইটের স্তম্ভ বানাতে কৃতকাজ, $w = \frac{n(n-1)}{2} mgh$

6. মহাকর্ষীয় agent কতৃক কৃতকাজ, $w_{agent} = GMm\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)$

7. মেঘ তৈরিতে কৃতকাজ, $\boxed{w = fAdhg}$

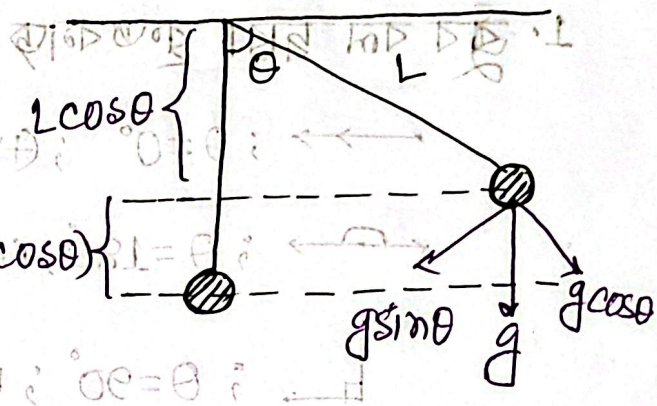
আপেক্ষিক গুরুত্ব = g/L → $\times 10^3$ kg/m³

→ $\times 10^3$ g/ml

৪. দোলকের স্থান থেকে ববকে স্থানচ্যুত করতে কৃতকাজ

$W = mgL(1-\cos\theta)$

$W = 2mgL\sin^2\theta/2$



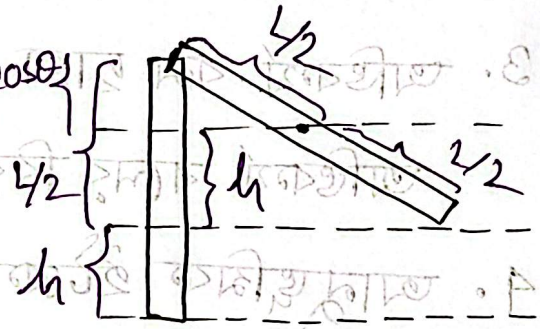
ববের সর্বোচ্চ গতিশক্তি

$v_{max} = 2\sqrt{gl}\sin\theta/2$

৯. দন্ডকে উলম্ব স্থান হতে স্থানচ্যুত করতে কৃতকাজ

$W = mg\frac{L}{2}(1-\cos\theta)$

$W = mgL\sin^2\theta/2$



10. Work energy theorum:

কৃতকাজ = শক্তির পরিবর্তন

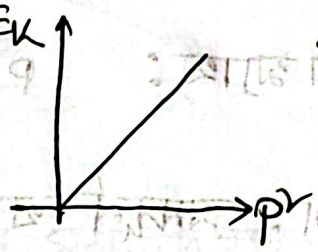
$\Rightarrow W = FS = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mu^2$

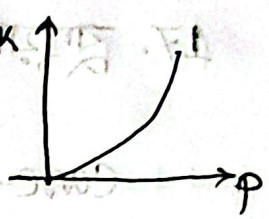
$$P = \frac{m(v^2-u^2)}{t}$$

11. ক্ষমতা, $P = \frac{W}{t} = \frac{FS\cos\theta}{t} = \frac{\vec{F}\cdot\vec{x}}{t}$

সমবেগে চললে, $P = \vec{F}\cdot\vec{v} = FV\cos\theta$

12. $E_K = \frac{p^2}{2m} \Rightarrow \boxed{E_K \propto p^2}$

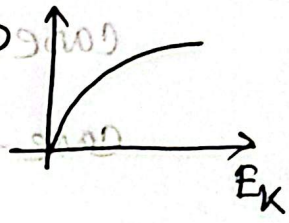




13. দক্ষতা/কার্যদক্ষতা

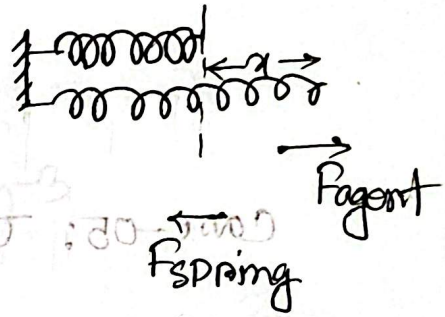
$$\eta = \frac{P_{out}}{P_{in}} \times 100\%$$

$$\eta = \frac{P_{in} - P_{loss}}{P_{in}} \times 100\%$$



14. spring: $W_{agent} = \frac{1}{2}K(x_f^2 - x_i^2)$

$$W_{spring} = \frac{1}{2}K(x_i^2 - x_f^2)$$



15. সংঘর্ষ (collision): $\frac{1}{2}m_1u_1^2 + \frac{1}{2}m_2u_2^2 = \frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2$

↳ স্থিতিস্থাপক ($E_{Ki} = E_{Kf}$)

[অস্থিতিস্থাপক → $E_{Ki} \neq E_{Kf}$]

⊛ $$v_1 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}u_1 + \frac{2m_2}{m_1 + m_2}u_2$$

$$v_2 = \frac{2m_1}{m_1 + m_2}u_1 + \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2}u_2$$

***

16. হাতুড়ি পেরেক: $F_x = \frac{1}{2}mv^2 + mgx\cos\theta$

- উলম্ব দেয়াল → $F_x = \frac{1}{2}mv^2$
- আনুভূমিক → $F_x = \frac{1}{2}mv^2 + mgx$
- হাতে পোতা হলে → $F_x = \frac{1}{2}mv^2 - mgx$

CamScanner

17. কুয়োর ম্যাথ: $P = \frac{w}{t} = \frac{mg(h)}{t}$ → ভরকেন্দ্র

Case-01: সম্পূর্ণ খালি সংক্রান্ত $h' = h/2$

Case-02: অর্ধেক পানি খালি সংক্রান্ত $h' = 3h/4$

Case-03: $1/3$ h $\frac{h}{4}$ h $\Rightarrow h' = 5h/6$

Case-04: পানিকে গতিশক্তি দেয়া/তুলে নিক্ষেপ করা সংক্রান্ত

$$P_{out} = \frac{mg \times \text{ভ.স} + \frac{1}{2}mv^2}{t}$$

Case-05: ভূগর্ভস্থ পানি তোলা

$$P_{out} = \frac{mgh}{t}$$

Case-06: পানি তোলার পর নির্দিষ্ট উচ্চতায় ফেলা

$$\left[\text{ভরকেন্দ্রের সরণ} = \frac{\text{uplayer} + \text{doun layer}}{2} + H\right]$$

রাসায়নিক পরিবর্তন

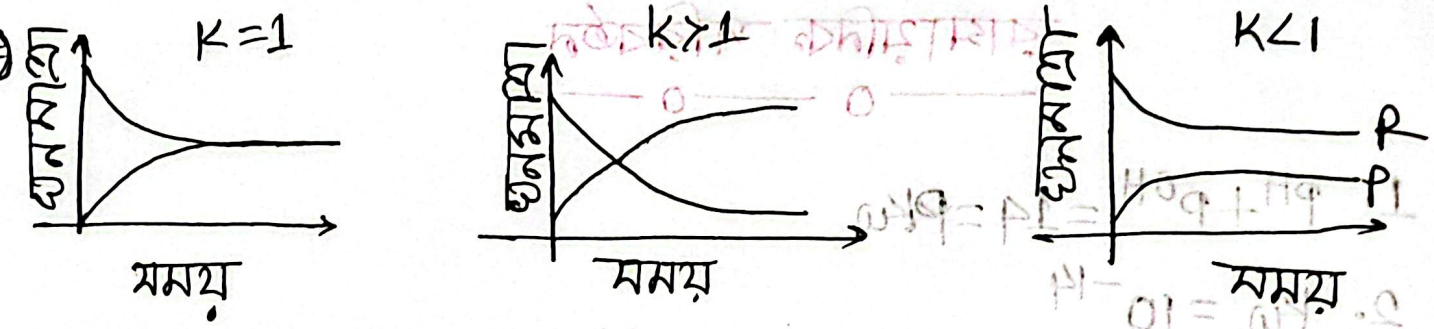
1. $pH + pOH = 14 = pK_w$
2. $K_w = 10^{-14}$
3. মৃদু অম্লের জন্য, $K_a = \frac{\alpha^2 c}{1-\alpha} = \alpha^2 c$
4. মৃদু ক্ষারকের জন্য, $K_b = \frac{\alpha^2 c}{1-\alpha} = \alpha^2 c$
5. $pK_a + pK_b = pK_w = 14$
6. হেন্ডারসন হ্যাসেলবাখ সমীকরন:
   * অম্লীয় বাফারের জন্য, $pH = pK_a + \log \frac{n_{salt}}{n_{acid}}$
   * ক্ষারীয় বাফারের জন্য, $pOH = pK_b + \log \frac{n_{salt}}{n_{base}}$
7. Atom economy $= \frac{\text{কাঙ্ক্ষিত উৎপাদের মোট ভর}}{\text{সমস্ত উৎপাদের মোট ভর}}$

* $K = \frac{n_f}{n_b}$

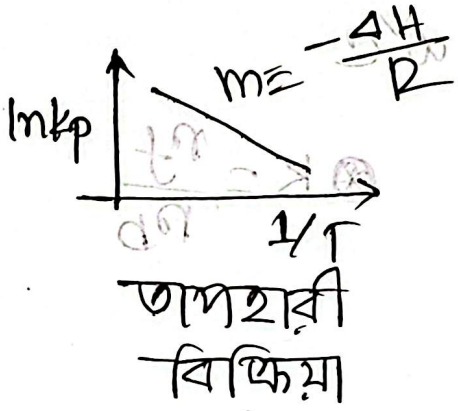
* R: $xX + yY \longrightarrow mM + nN$

বিক্রিয়ার হার $= -\frac{1}{x}\cdot\frac{\Delta[X]}{\Delta t} = \frac{1}{y}\cdot\frac{\Delta[Y]}{\Delta t} = \frac{1}{m}\frac{\Delta[M]}{\Delta t} = \frac{1}{n}\frac{\Delta[N]}{\Delta t}$

বিক্রিয়ার হারের একক: $mol\,L^{-1}s^{-1}$

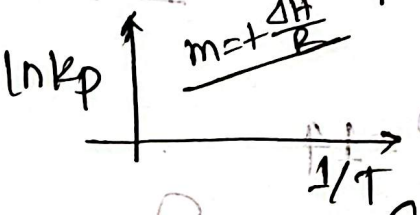
⊕ 

৪. ভ্যান্ট-হফ এর সমীকরণ: $\Delta G = -RT \ln K_p$



তাপহারী বিক্রিয়া

$$\ln K_p = -\frac{\Delta H}{RT} + \frac{\Delta S}{R}$$



তাপোৎপাদী বিক্রিয়া

৯. $K_p = K_c (RT)^{\Delta n}$

⊕ $Q_c = \frac{[C]^c \times [D]^d}{[A]^a \times [B]^b}$; $Q_p = \frac{P_C^c \times P_D^d}{P_A^a \times P_B^b}$

* $Q_c < K_c$ / $Q_p < K_p$ ⇒ সামনে অগ্রসর হবে

* $Q_c > K_c$ / $Q_p > K_p$ ⇒ পেছনে অগ্রসর হবে

* $Q_c = K_c$ / $Q_p = K_p$ ⇒ সাম্যাবস্থায় আছে

১০. $X_A = \frac{n_A}{n_{Total}}$

✱ অক্সো এসিডের তীব্রতার ক্রম:

$$\overset{+7}{HClO_4} > \overset{+6}{H_2SO_3} > \overset{+5}{HNO_3} > \overset{+4}{H_2SO_3} > \overset{+3}{HNO_2} > \overset{+1}{HClO}$$

$$\overset{+7}{HClO_4} > \overset{+7}{HBrO_4} > \overset{+7}{HIO_4}$$

✱ হাইড্রাসিডের শক্তির ক্রম: $HI > HBr > HCl > HF$

✱ অম্লের তীব্রতার ক্রম: $HClO_4 > H_2SO_4 > HI > HBr > HCl >$

$HNO_3 > H_3O^+ > HSO_4^- > H_2SO_3 > H_3PO_4 > HNO_2 > HF > HCOOH >$

$CH_3COOH > H_2CO_3 > H_2S > NH_4^+ > HCN > HCO_3^- > H_2O$

✱ অনুবন্ধী ক্ষারের তীব্রতার ক্রম: পুরা উল্টা।